



**PROBETON** Vereniging zonder winstooigmerk **BENOR**

beheersorganisme voor de controle van de betonproducten

Aarlenstraat 53 - B9  
1040 Brussel

Tel. (02) 237.60.20  
Fax (02) 735.63.56

e-mail : mail@probeton.be  
website : www.probeton.be

<b>REGLEMENTAIRE NOTA</b>	<b>RN</b>	<b>001</b>
	<b>Uitgave 1*</b>	<b>1996</b>

**T 95/8035**  
**1995.09.01**  
**C1: 1996.03.20**

## **STATISTISCHE INTERPRETATIE VAN RESULTATEN VAN WAARNEMINGEN**

### **WAARSCHIJNLIJKHEIDSTESTEN**

\* Vervangt de Technische Nota PROBETON (NTN) 001 met ref. T 88/1179 van 1988.10.12  
Goedgekeurd door het BIN op 1996.06.12 met ref. 3001/894



Belgisch instituut voor normalisatie (BIN), vereniging zonder winstooigmerk  
Brabançonnellaan 29 - 1040 BRUSSEL - telefoon (02) 738.01.11 - prk. 000-0063310-66

## 1. ONDERWERP

Deze nota omschrijft drie waarschijnlijkheidstesten die in de TR BENOR vermeld worden in het kader van de statistische interpretatie van resultaten van waarnemingen (metingen, proeven).

Deze testen betreffen:

- de **normaliteitstest** van Shapiro-Wilk met het oog op het nazicht van de al dan niet normale verdeling van de resultaten (zie 2);
- de **vergelijkingstest** van paren waarnemingen met het oog op het opsporen van beduidende afwijkingen tussen twee reeksen resultaten (zie 3);
- de **test van Dixon** met het oog op het opsporen van uitschieterende resultaten (zie 4).

### Opmerking

Voor diverse aspecten van de statistische interpretatie van resultaten van waarnemingen kan men zich tevens richten naar de normenreeks NBN X 03.

## 2. NORMALITEITSTEST VAN SHAPIRO-WILK

Men duidt met  $x_1, x_2, \dots, x_n$  de geordende rij van niet-dalende waarden aan, verkregen door  $n$  onafhankelijke waarnemingen.

Men berekent de grootte  $S$ :

$$S = \sum_{i=1}^k a_i [x_{SUBn+1-i} - x_i]$$

In deze uitdrukking neemt  $k$  de volgende waarden aan:

$$k = \frac{n}{2} \text{ indien } n \text{ even is;}$$

$$k = \frac{n-1}{2} \text{ indien } n \text{ oneven is.}$$

De coëfficiënten  $a_i$  nemen bijzondere waarden aan die functie zijn van de waarde van  $i$  en van het aantal  $n$ . De waarden van  $a_i$  zijn aangegeven in de tabel 1.

**Tabel 1 - Normaliteitstest van Shapiro-Wilk**  
Coëfficiënten  $a_i$

n	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
1	0,6646	0,6431	0,6233	0,6052	0,5888	0,5739	0,5601	0,5475	0,5359	0,5251	0,5150
2	0,2413	0,2806	0,3031	0,3164	0,3244	0,3291	0,3315	0,3325	0,3325	0,3318	0,3306
3	0,0000	0,0875	0,1401	0,1743	0,1976	0,2141	0,2260	0,2347	0,2412	0,2460	0,2495
4			0,0000	0,0561	0,0947	0,1224	0,1429	0,1586	0,1707	0,1802	0,1878
5					0,0000	0,0399	0,0695	0,0922	0,1099	0,1240	0,1353
6							0,0000	0,0303	0,0539	0,0727	0,0880

7									0,0000	0,0240	0,0433
---	--	--	--	--	--	--	--	--	--------	--------	--------

Indien meerdere waarden van  $x_i$  gelijk zijn, worden in de geordende rij de gelijke waarden zoveel keren herhaald als ze in de originele rij voorkomen.

De toetsingsgrootte van de test is de grootte  $W = \frac{S^2}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}$ .

In de veronderstelling van een normale verdeling is de toetsingsgrootte gelijk aan 1, zoniet is ze kleiner dan 1.

De tabel 2 verstrekt de  $P = 0,05$ -fraktielen van de toetsingsgrootte; het kritieke gebied van de toetsingsgrootte wordt gevormd door de waarden die kleiner zijn dan die fraktielen.

**Tabel 2 - Normaliteitstest van Shapiro-Wilk**

$P = 0,05$ -fraktielen van de toetsingsgrootte  $W$  (risico  $\alpha = 0,05$ ; betrouwbaarheidsniveau  $1-\alpha = 0,95$ )

Aantal resultaten n	Toetsingsgrootte $W_{0,95}$
5	0,762
6	0,788
7	0,803
8	0,818
9	0,829
10	0,842
11	0,850
12	0,859
13	0,866
14	0,874
15	0,881

### 3. VERGELIJKINGSTEST VAN PAREN WAARNEMINGEN

De methode veronderstelt dat men beschikt over een bepaald aantal  $n$  van paren waarnemingen. In elk paar stelt de ene waarde  $F_i$  het resultaat voor dat bij de controle in de fabriek werd verkregen, de andere waarde  $C_i$  stelt het resultaat voor dat in het controlelaboratorium werd verkregen; de beide waarden hebben betrekking op twee identieke bemonsterde produkten of gevormde proefstukken (zelfde fabricageparameters en -omstandigheden, zelfde beproevingsouderdom).

Op de bemonsteringsfouten en de plaatselijke heterogeniteiten van het materiaal na, verschillen de waarden van elk paar slechts van mekaar door de invloedsfactor "beproevingmethode en -materieel", ook de factor "laboratorium" genoemd. De verschillen kunnen beschouwd worden als onafhankelijke toevallige veranderlijken; indien hun verdeling, zelfs benaderend, normaal is (zie 2), kan enkel de factor "laboratorium" de oorzaak van een beduidende afwijking tussen de twee reeksen resultaten zijn.

Voor elk paar berekent men het algebraïsch verschil van de resultaten  $D_i = F_i - C_i$ ; vervolgens wordt het gemiddelde ervan bepaald:

$$\bar{D} = \frac{\sum_{i=1}^n D_i}{n}$$

evenals de schatting van de standaardafwijking van de  $D_i$ -waarden:

$$s_D = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (D_i - \bar{D})^2}{n-1}}$$

De afwijking tussen de twee reeksen resultaten is beduidend indien het gemiddelde van de  $D_i$ -waarden beduidend verschillend is van nul.

De toetsingsgrootte van de test is de grootte  $t = \left| \bar{D} \right| \frac{\sqrt{n}}{s}$  SUBD.

Deze toetsingsgrootte volgt de wet van Student met  $(n-1)$  vrijheidsgraden.

Het kritieke gebied van de test wordt gevormd door de waarden die groter zijn dan de absolute waarden van de fractielen  $P = 1-\alpha/2$  voor  $n-1$  vrijheidsgraden.

De tabel 3 verstrekt de  $P = 0,975$ -fractielen van de toetsingsgrootte.

**Tabel 3 - Vergelijkingstest**

P = 0,975-fraktielen van de toetsingsgrootte t (tweezijdige toets - risico  $\alpha = 0,05$ ; betrouwbaarheidsniveau  $1-\alpha = 0,95$ )

Aantal vrijheidsgraden $n - 1$	Toetsingsgrootte t
4	2,78
5	2,57
6	2,45
7	2,37
8	2,31
9	2,26
10	2,23
11	2,20
12	2,18
13	2,16
14	2,14

**4. TEST VAN DIXON VOOR UITSCHIETERS**

De resultaten worden naar stijgende grootte geordend en aangeduid met  $x_1, x_2, \dots, x_n$ .

Voor het resultaat ( $x_1$  of  $x_n$ ) waarvoor wordt nagegaan of het een uitschieter is, wordt de met n overeenstemmende toetsingsgrootte Q berekend aan de hand van de passende uitdrukking van de tabel 4.

**Tabel 4 - Test van Dixon**

Toetsingsgrootte Q voor uitschietende resultaten

Aantal resultaten n	Toetsingsgrootte Q	
	voor $x_1$	voor $x_n$
$5 \leq n \leq 7$	$\frac{x_2 - x_1}{x_n - x_1}$	$\frac{x_n - x_{n-1}}{x_{\text{sub}n} - x_1}$
$8 \leq n \leq 12$	$\frac{x_2 - x_1}{x_{n-1} - x_1}$	$\frac{x_n - x_{n-2}}{x_{\text{sub}n} - x_2}$
$13 \leq n \leq 15$	$\frac{x_3 - x_1}{x_{n-2} - x_1}$	$\frac{x_n - x_{n-2}}{x_{\text{sub}n} - x_3}$

Indien de berekende toetsingsgrootte Q groter is dan de met n overeenstemmende waarde  $a_n$  van de tabel 5, is het resultaat een uitschieter die uit de verzameling resultaten dient te worden weggelaten.

**Tabel 5 - Test van Dixon**

Waarden  $a_n$  (risico  $\alpha = 0,05$ ; betrouwbaarheidsniveau  $1-\alpha = 0,95$ )

Aantal resultaten n	Waarde $a_n$
5	0,710

6	0,628
7	0,569
8	0,608
9	0,564
10	0,530
11	0,502
12	0,479
13	0,611
14	0,586
15	0,565

Na weglating van het uitschietend resultaat wordt desgevallend de aanwezigheid van andere uitschietende resultaten nagegaan op de verzameling overblijvende resultaten.

\* \* \*

#### Referenties

##### **- Normaliteitstest:**

SHAPIRO S.S. & WILK M.B. - An analysis of variance test for normality (complete sample) BIOMETRIKA 52 - 1965 - pp 591-611.

NF X 06-050 - Etude de la normalité d'une distribution.

ISO 5479 - Test de normalité.

##### **- Vergelijkingstest:**

NF X 06-066 - Comparaison d'observations appariées.

NBN X 03-005 (ISO 3301) - Statistische verwerking van de gegevens - Vergelijking van twee gemiddelden in het geval van gepaarde waarnemingen.

##### **- Test van Dixon:**

ISO 5725 - Precision of test methods - Determination of repeatability and reproducibility for a standard test method by inter-laboratory tests - 13 Dixon's test.